



گزینه ۳

۱

طبیعتاً با فاصله گرفتن آونگ از سطح زمین چون  $g$  کاهش می‌یابد، دوره آونگ افزایش و بسامد آن کاهش خواهد یافت.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

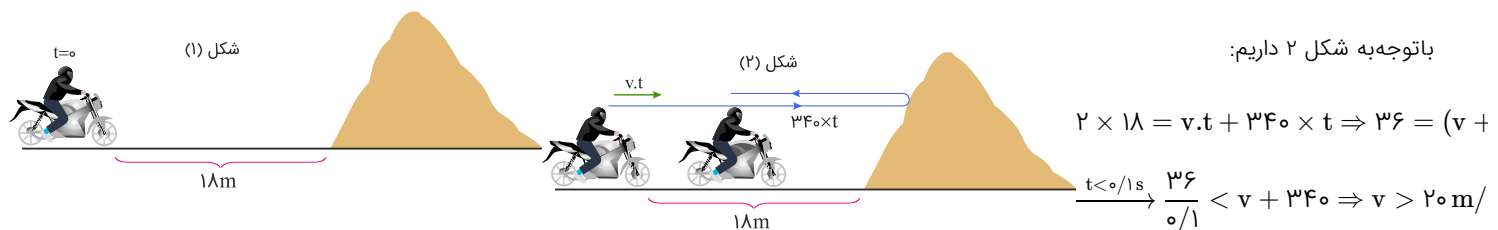
پس بسامد آونگ ۷۵ درصد کاهش یافته و به ۲۵ درصد مقدار اولیه خواهد رسید:

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{1}{4} f_1 \\ \frac{f_2}{f_1} &= \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{g_h}{g_o} = \frac{1}{16} \\ \Rightarrow \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} &= \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = 3R_e \end{aligned}$$

گزینه ۲

۲

شخص همان لحظه‌ای که فریاد می‌کشد، صدای خود را می‌شنود. برای اینکه صدای دیگری نشنود باید مدت‌زمان رسیدن پژواک صدای شخص به او کمتر از  $\frac{1}{10}$  ثانیه باشد. این زمان برابر است با:



گزینه ۳

۳

گام اول: ابتدا دامنه و دوره تناوب نوسان را به دست می‌آوریم.

$$A = \frac{\text{طول مسیر نوسان}}{2} = \frac{40 \text{ cm}}{2} = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$n = \frac{\text{تعداد طی کردن مسیر}}{2} = \frac{300}{2} = 150$$

$$\Rightarrow n = \frac{t}{T} \Rightarrow 150 = \frac{60}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

گام دوم: طبق رابطه  $F = ma = -m\omega^2 x$ ، نیروی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} F &= -m\omega^2 x = -0.01 \times (5\pi)^2 \times (0.05) \\ &= -125\pi^2 \times 10^{-4} \text{ N} = -125 \times 10^{-3} \text{ N} = -125 \text{ mN} \end{aligned}$$

انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر است.

$$\left. \begin{aligned} E &= U + K = \frac{1}{2} \lambda + \frac{1}{2} \omega^2 = 2 \text{ mJ} \\ A &= \frac{1}{\omega^2} = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m} \end{aligned} \right\} E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times \omega^2 \times (0.05)^2 \Rightarrow \omega^2 = 400 \Rightarrow \omega = 20$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\max}}{a_{\max}} = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{20} = 0.05$$

در حرکت نوسانی باید توجه داشت دامنه حرکت مستقل از مشخصات فیزیکی نوسانگر است؛ یعنی با تغییر جرم و ثابت فنر، دامنه حرکت تغییر نمی‌کند.

اما باتوجه به رابطه  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  با تغییر جرم، بسامد زاویه‌ای و در نهایت دوره حرکت تغییر می‌کند. در هر دوره حرکت مدت‌زمان لازم برای دو بار صفر شدن شتاب با نصف دوره حرکت برابر است. در این صورت این مدت دچار تغییرات می‌شود. تندی حرکت در مرکز نوسان (وضع تعادل) با بیشینه تندی ( $A\omega$ ) برابر است. در این صورت این کمیت نیز با تغییر جرم، دچار تغییرات می‌شود.

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه  $x = A \cos \omega t$ ، معادله مکان-زمان نوسانگر را می‌نویسیم.

$$A = 0.06 \text{ m}, \omega = 2\pi f = 2\pi(0.2) = 0.4\pi \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t = 0.06 \cos(0.4\pi t)$$

گام دوم: هنگام رها شدن جرم از بالای نقطه تعادل، مکان نوسانگر  $x = 0.06 \text{ m}$  و در  $t = 2/5 \text{ s}$  با جایگذاری در معادله مکان-زمان به دست می‌آید.

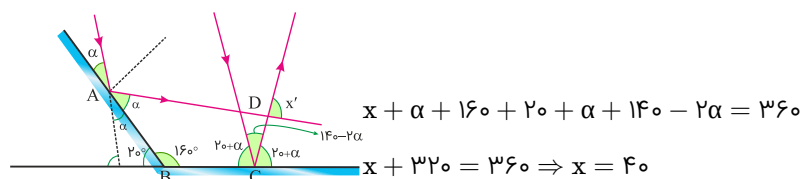
$$x_{2/5} = 0.06 \cos(0.4\pi t) = 0.06 \cos(0.4\pi \times 2/5) = 0.06 \cos \pi = -0.06 \text{ m}$$

گام سوم: حالا به سراغ رابطه  $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  می‌رویم، تا سرعت متوسط در بازه  $(0, 2/5 \text{ s})$  را به دست بیاوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{2/5} - x_0}{2/5 - 0} = \frac{-0.06 - (0.06)}{2/5} = \frac{-0.12}{2/5} = -0.048$$

در صورت تست اندازه سرعت متوسط خواسته شده است؛ که برابر با  $|V_{av}| = 0.048$  است.

در چهارضلعی ABCD داریم:



$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}F}{F}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} \times \frac{f}{f'} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{f}{2f} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{\lambda'}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \lambda' = 5 \text{ cm}$$

می‌دانیم در وسط تراکم و وسط انبساط جابه‌جایی هر جزء محیط از وضعیت تعادل برابر صفر است بنابراین نقاط ۱ و ۳ متناظر با B و C هستند همچنین می‌دانیم نقاطی که در بین وسط تراکم و وسط انبساط هستند دارای جابه‌جایی بیشینه هستند پس M متناظر با نقطه ۲ خواهد بود.

بازه زمانی مشخص شده روی نمودار، دوره حرکت را مشخص می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{4}{n} \Rightarrow n = \frac{4}{2 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow n = 2000$$

سرعت انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

از طرفی طول موج از رابطه  $\lambda = \frac{c}{f}$  تعیین می‌شود. با ترکیب این دو رابطه می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{(\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}}}{f} \Rightarrow f = \frac{(\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}}}{\lambda}$$

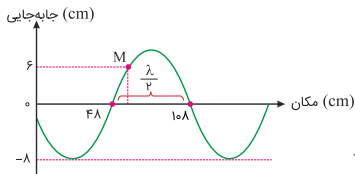
$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 6$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 0.6 = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 = \log 4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{d_1}{d_1 - 5} = 2 \Rightarrow d_1 = 10$$

در گذار از هوا به آب، سرعت موج صوتی زیاد می‌شود؛ پس باید پرتو از خط عمود دور شود و طول موج زیاد شود؛ یعنی گزینه "۲".

از روی نمودار نتیجه می‌گیریم که  $\frac{\lambda}{v} = 60 \text{ cm}$ ؛ پس  $\lambda = 120 \text{ cm}$  است.



$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{300}{1/2} = 250 \text{ Hz}$$

اکنون بسامد موج را محاسبه می‌کنیم:

حال دوره تناوب نوسان ذرات را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250} = 4 \times 10^{-3} \text{ s}$$

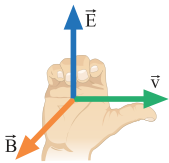
تعداد نوسان ذرات را در مدت  $0.3 \text{ s}$  محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{0.3}{4 \times 10^{-3}} = 75$$

ذره در هر نوسان مسافتی به اندازه  $4A$  را می‌پیماید؛ پس مسافت طی شده در این مدت برابر است با:

$$l = 75(4A) = 75 \times 4 \times 8 \times 10^{-2} = 24 \text{ m}$$

در امواج الکترومغناطیسی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمود و همچنین هم‌فازند؛ بنابراین در نقطه  $A$  که میدان الکتریکی صفر است، میدان مغناطیسی نیز صفر است. در نقطه  $B$  میدان الکتریکی در جهت مثبت محور  $y$  است و با روش دست راست می‌توان نتیجه گرفت که اگر موج در جهت  $+x$  منتشر شود و میدان الکتریکی در جهت  $+y$  باشد، میدان مغناطیسی در جهت  $+z$  یعنی برون‌سو خواهد بود.



کافی است زاویه شکست هریک از پرتوها را به دست آورده و از هم کم کنیم. می‌دانیم که ضریب شکست بیشتر معادل انحراف بیشتر پرتو نور است.  $n_2 > n_1$

$$(1) \text{ برای پرتو } 1: \frac{\sin i}{\sin r_1} = n_1 \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin r_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \sin r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r_1 = 45^\circ$$

$$(2) \text{ برای پرتو } 2: \frac{\sin i}{\sin r_2} = n_2 \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin r_2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \sin r_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = 30^\circ$$

$$\theta = r_1 - r_2 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{\omega}{\omega_0} m \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\omega_0} s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$y = A \cos(\omega t) \Rightarrow y = 1 \cos(20\pi t) \xrightarrow{t=\frac{1}{20}} y = 1 \cos\left(\frac{\pi}{f}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 100 \text{ cm} = 50\sqrt{2} \text{ cm}$$

باتوجه به شکل هر یک چهارم دوره تناوب برابر با ۱ s است. درنتیجه دوره تناوب برابر با ۴ ثانیه است. طبق رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=f s} \omega = \frac{2\pi}{f} = \frac{\pi}{f}$$

حال از رابطه  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  بهره می‌جوییم:

$$\frac{\pi}{f} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{f} \times m = k \xrightarrow{m=0.1} \frac{\pi^2}{f} \times \frac{1}{10} = k \Rightarrow k = \frac{\pi^2}{f_0}$$

$$A = \frac{F}{\gamma} = 2 \text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$$

$$F_m = mA\omega^2 = 0.2 \times \frac{2}{100} \times 5 = 0.02 \text{ N}$$

گام اول: ابتدا فاصله اولیه شنونده تا منبع قبل از حرکت شنونده را به دست می‌آوریم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow 2 = \log \left( \frac{r_1}{r_2 - 20} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_1 - 20} = 10 \Rightarrow r_1 = \frac{200}{9} \text{ m}$$

گام دوم: بنابراین فاصله اولیه منبع و شنونده قبل از حرکت شنونده  $r_1 = \frac{200}{9} \text{ m}$  و پس از ۲۰ متر نزدیک شدن به  $r_2 = \frac{200}{9} - 20 = \frac{20}{9} \text{ m}$  می‌رسد. اگر شنونده از فاصله  $r_2$  به اندازه  $x$  متر به منبع نزدیک شود، تراز شدت صوت ۲۰ dB افزایش می‌یابد. در این حالت داریم:

$$\beta_3 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_3}{I_2} \Rightarrow 20 = 10 \log \left( \frac{r_2}{r_2 - x} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_2 - x} = 10 \Rightarrow \frac{\frac{20}{9}}{\frac{20}{9} - x} = 10 \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

با داشتن طول و جرم آونگ بسامد زاویه‌ای آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{۱۰}{۰/۱}} = ۱۰ \text{ rad/s}$$

در مرحلهٔ دوم، بُعدی که انرژی جنبشی و پتانسیل با هم برابر می‌شوند را به دست می‌آوریم:

$$E = K + U$$

$$E = U + U$$

$$E = ۲U$$

$$\frac{1}{۲}kA^۲ = ۲ \times \frac{1}{۲}kx^۲ \Rightarrow |x| = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$

در نهایت دامنه حرکت را به دست می‌آوریم:

$$|a| = \omega^۲x \Rightarrow |a| = \omega^۲ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$

$$\Rightarrow \omega = ۱۰۰ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}A \Rightarrow A = \frac{۰/۱}{\sqrt{۲}} \text{ m} = \omega\sqrt{۲} \text{ cm}$$

رابطهٔ بین شتاب و مکان حرکت نوسانی ساده به صورت  $a = -\omega^۲x$  است که به صورت یک خط راست با شیب  $-\omega^۲$  است.

بسامد یک آونگ ساده از رابطهٔ  $f = \frac{1}{۲\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}}$  به دست می‌آید. برای آنکه بسامد ۲۵ درصد افزایش یابد باید داشته باشیم:

$$f_۲ = ۱/۲۵f_۱ = \frac{\omega}{۴}f_۱$$

$$\frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{\ell_۱}{\ell_۲}} \Rightarrow \frac{\omega}{۴} = \sqrt{\frac{\ell_۱}{\ell_۲}} \Rightarrow \frac{\ell_۱}{\ell_۲} = \frac{۲۵}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell_۲}{\ell_۱} = \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۶۴}{۱۰۰} \Rightarrow \ell_۲ = \%۶۴\ell_۱$$

پس طول آونگ باید ۳۶ درصد کاهش یابد و گزینهٔ ۴ صحیح است. طبعاً دورهٔ تناوب و بسامد آونگ ربطی به جرم آن ندارد.

$$\frac{\lambda}{۴} = ۲۰ \Rightarrow \lambda = ۸۰ \text{ cm}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow ۲۰ = \frac{\lambda}{۱۰}f \Rightarrow f = ۲۵ \text{ Hz}$$

$$\omega = ۲\pi f \Rightarrow \omega = \omega_۰\pi$$

$$a_{\max} = A\omega^۲ \Rightarrow a_{\max} = \frac{1}{۱۰۰} \times ۲۵۰۰\pi^۲ = ۲۵\pi^۲ \text{ m/s}^۲$$

هنگامی که چشمهٔ صوت ساکن است، طول موج برای ناظر متحرک و ناظر ساکن یکسان می‌باشد؛ ولی از آنجایی که ناظر C در حال نزدیک شدن به چشمهٔ صوت است، نسبت به ناظر A که ساکن است، بسامد بیشتری دریافت می‌کند؛ زیرا در یک زمان مشخص تعداد جبههٔ موج بیشتری به آن می‌رسد.

به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

الف) درست؛ چون دمای هوای نزدیک سطح زمین بیشتر از هوای دور از سطح زمین است، هوای نزدیک سطح زمین رقیق‌تر از هوای دور از سطح است و تندی نور در این محیط بیشتر است.

ب) درست؛ چون تندی نور در هوای نزدیک سطح زمین بیشتر از هوای دور از سطح زمین است، طبق رابطه  $n = \frac{c}{v}$ ، ضریب شکست این هوا کمتر از هوای دور از سطح زمین است.

پ) درست؛ در منشور تندی نور با طول موج بیشتر، بیشتر است.

ت) درست؛ در منشور هرچه طول موج بیشتر باشد، انحراف پرتو کمتر است. بنابراین انحراف نور سبز بیشتر از نور زرد است زیرا طول آن کمتر از نور زرد است.

از نسبت تکانه‌ها، نسبت تندی‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{P}{P_{\max}} = \frac{mv}{mv_{\max}} = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{1}{4}$$

با استفاده از روابط بین انرژی‌ها در نوسان داریم:

$$\frac{K}{E} = \frac{K}{K_{\max}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} = \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{16}E \Rightarrow E = U + K \Rightarrow E = U + \frac{1}{16}E$$

$$\Rightarrow U = \frac{15}{16}E \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{\frac{15}{16}E}{\frac{1}{16}E} = 15$$

فاصله بین شخص (۲) و دیوار را بر اساس فاصله زمانی بین صوت اصلی و پژواک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta t_1 = 0.3 \Rightarrow 2l_1 = v\Delta t_1 \Rightarrow l_1 = \frac{300 \times 0.3}{2} = 45 \text{ m}$$

زمانی شخص صدای پژواک را نمی‌شنود که فاصله زمانی شنیدن صوت اصلی و پژواک کمتر از  $0.1 \text{ s}$  باشد. در این حالت فاصله بین شخص و دیوار را محاسبه می‌کنیم:

$$2l_2 = v\Delta t_2 \Rightarrow \frac{2l_2}{v} < 0.1 \text{ s} \Rightarrow l_2 < 15 \text{ m}$$

حال با مقایسه  $l_1$  و  $l_2$  می‌توانیم نتیجه بگیریم که اگر شخص (۲)  $32 \text{ m}$  از شخص (۱) دور و به دیوار نزدیک شود، فاصله آن از دیوار کمتر از  $15 \text{ m}$  می‌شود و صدای پژواک را نخواهد شنید.

ابتدا دوره حرکت را حساب می‌کنیم.

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow T = \frac{0.3}{60} = \frac{1}{200} \text{ s}$$

با استفاده از رابطه محاسبه بسامد زاویه‌ای داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{200}} = 400\pi \text{ rad/s}$$

گام اول: ابتدا تندی نور در هر محیط را به دست می‌آوریم.

$$n_A = \frac{\lambda}{\lambda'} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{c}{v_A} \Rightarrow v_A = \frac{\lambda \times 10^8 \times \lambda'}{\lambda} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_B = \frac{f}{f'} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{c}{v_B} \Rightarrow v_B = \frac{\lambda \times 10^8 \times \lambda'}{f} = \frac{9}{f} \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_C = \frac{\omega}{\omega'} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega'} = \frac{c}{v_C} \Rightarrow v_C = \frac{\lambda \times 10^8 \times \lambda'}{\omega} = \frac{9}{\omega} \times 10^8 \text{ m/s}$$

گام دوم: مدت‌زمان حرکت پرتو در هر محیط در مسیر رفت را به دست می‌آوریم.

$$t_A = \frac{\ell_A}{v_A} = \frac{0/2}{2 \times 10^8} = 10^{-9} \text{ s}$$

$$t_B = \frac{\ell_B}{v_B} = \frac{0/1}{\frac{9}{f} \times 10^8} = \frac{f}{9} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$t_C = \frac{\ell_C}{v_C} = \frac{0/1}{\frac{9}{\omega} \times 10^8} = \frac{\omega}{9} \times 10^{-9} \text{ s}$$

گام سوم: کل زمان رفت و برگشت پرتو برابر است با:

$$t = 2(t_A + t_B + t_C) = 2(10^{-9} + \frac{f}{9} \times 10^{-9} + \frac{\omega}{9} \times 10^{-9}) = 2(2 \times 10^{-9}) = 4 \times 10^{-9} \text{ s}$$